

ELEMENTI DI INFORMATICA TEORICA

Parte 2: Linguaggi Formali e Automi

2.1 Linguaggi e grammatiche formali

Giovanni Amendola

Corso di laurea triennale in Informatica
Università della Calabria

2 aprile 2022

Anno Accademico 2021/2022

Linguaggi regolari

Definizione: Linguaggio regolare

Sia Σ un alfabeto. Un **linguaggio regolare** $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ è definito induttivamente come segue:

- Il linguaggio \emptyset e i linguaggi formati da un solo simbolo $a \in \Sigma$ sono regolari.
- Se \mathcal{L}_1 e \mathcal{L}_2 sono regolari, allora $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$ e $(\mathcal{L}_1)^*$ sono regolari.

Linguaggi regolari

Definizione: Linguaggio regolare

Sia Σ un alfabeto. Un **linguaggio regolare** $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ è definito induttivamente come segue:

- Il linguaggio \emptyset e i linguaggi formati da un solo simbolo $a \in \Sigma$ sono regolari.
- Se \mathcal{L}_1 e \mathcal{L}_2 sono regolari, allora $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$ e $(\mathcal{L}_1)^*$ sono regolari.
- Un linguaggio regolare è **chiuso** sotto unione, concatenazione e stella.

Linguaggi regolari

Definizione: Linguaggio regolare

Sia Σ un alfabeto. Un **linguaggio regolare** $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ è definito induttivamente come segue:

- Il linguaggio \emptyset e i linguaggi formati da un solo simbolo $a \in \Sigma$ sono regolari.
- Se \mathcal{L}_1 e \mathcal{L}_2 sono regolari, allora $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$ e $(\mathcal{L}_1)^*$ sono regolari.
- Un linguaggio regolare è **chiuso** sotto unione, concatenazione e stella.
- Il linguaggio $\{\epsilon\}$ è regolare.

Linguaggi regolari

Definizione: Linguaggio regolare

Sia Σ un alfabeto. Un **linguaggio regolare** $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ è definito induttivamente come segue:

- Il linguaggio \emptyset e i linguaggi formati da un solo simbolo $a \in \Sigma$ sono regolari.
- Se \mathcal{L}_1 e \mathcal{L}_2 sono regolari, allora $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$ e $(\mathcal{L}_1)^*$ sono regolari.
- Un linguaggio regolare è **chiuso** sotto unione, concatenazione e stella.
- Il linguaggio $\{\epsilon\}$ è regolare.

Teorema: Linguaggi regolari

Un linguaggio è regolare sse è generato da una grammatica regolare.

Espressioni regolari

- Le espressioni regolari sono un metodo per rappresentare linguaggi.
- Ogni espressione regolare E corrisponde ad un linguaggio $\mathcal{L}(E)$.

Espressioni regolari

- Le espressioni regolari sono un metodo per rappresentare linguaggi.
- Ogni espressione regolare E corrisponde ad un linguaggio $\mathcal{L}(E)$.

Definizione: **Espressione regolare**

Un'espressione regolare è definita su $\Sigma \cup \{*, (,), \cdot, +, \emptyset\}$ in modo induttivo

- Un elemento $a \in \Sigma \cup \{\emptyset\}$ è un'espressione regolare.
- Se E ed F sono espressioni regolari, allora
 - $E + F$ è una espressione regolare (+ corrisponde all'unione)
 - $E \cdot F$ è una espressione regolare (\cdot corrisponde alla concatenazione)
 - E^* è una espressione regolare (* corrisponde a star).

Espressioni regolari

- Le espressioni regolari sono un metodo per rappresentare linguaggi.
- Ogni espressione regolare E corrisponde ad un linguaggio $\mathcal{L}(E)$.

Definizione: Espressione regolare

Un'espressione regolare è definita su $\Sigma \cup \{^*, (,), \cdot, +, \emptyset\}$ in modo induttivo

- Un elemento $a \in \Sigma \cup \{\emptyset\}$ è un'espressione regolare.
- Se E ed F sono espressioni regolari, allora
 - $E + F$ è una espressione regolare (+ corrisponde all'unione)
 - $E \cdot F$ è una espressione regolare (\cdot corrisponde alla concatenazione)
 - E^* è una espressione regolare (* corrisponde a star).

Esempio: Espressione regolare

Insieme di tutte le stringhe che iniziano con a , proseguono con un numero arbitrario di b (anche nullo), terminano con la stringa bab o con aba :

Espressioni regolari

- Le espressioni regolari sono un metodo per rappresentare linguaggi.
- Ogni espressione regolare E corrisponde ad un linguaggio $\mathcal{L}(E)$.

Definizione: Espressione regolare

Un'espressione regolare è definita su $\Sigma \cup \{*, (,), \cdot, +, \emptyset\}$ in modo induttivo

- Un elemento $a \in \Sigma \cup \{\emptyset\}$ è un'espressione regolare.
- Se E ed F sono espressioni regolari, allora
 - $E + F$ è una espressione regolare (+ corrisponde all'unione)
 - $E \cdot F$ è una espressione regolare (\cdot corrisponde alla concatenazione)
 - E^* è una espressione regolare (* corrisponde a star).

Esempio: Espressione regolare

Insieme di tutte le stringhe che iniziano con a , proseguono con un numero arbitrario di b (anche nullo), terminano con la stringa bab o con aba :

$$ab^*(bab + aba)$$

Espressioni regolari

Linguaggi corrispondenti alle espressioni regolari

Espressioni regolari

Linguaggi corrispondenti alle espressioni regolari

- $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$.

Espressioni regolari

Linguaggi corrispondenti alle espressioni regolari

- $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$.
- Se $a \in \Sigma$, allora $\mathcal{L}(a) = \{a\}$.

Espressioni regolari

Linguaggi corrispondenti alle espressioni regolari

- $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$.
- Se $a \in \Sigma$, allora $\mathcal{L}(a) = \{a\}$.
- Se E ed F sono espressioni regolari, allora
 - $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$
 - $\mathcal{L}(E \cdot F) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$
 - $\mathcal{L}(E^*) = (\mathcal{L}(E))^*$

Espressioni regolari

Linguaggi corrispondenti alle espressioni regolari

- $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$.
- Se $a \in \Sigma$, allora $\mathcal{L}(a) = \{a\}$.
- Se E ed F sono espressioni regolari, allora
 - $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$
 - $\mathcal{L}(E \cdot F) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$
 - $\mathcal{L}(E^*) = (\mathcal{L}(E))^*$

Esempio

Consideriamo $E = a(b^*(bab + aba))$. Calcoliamo $\mathcal{L}(E)$.

Espressioni regolari

Linguaggi corrispondenti alle espressioni regolari

- $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$.
- Se $a \in \Sigma$, allora $\mathcal{L}(a) = \{a\}$.
- Se E ed F sono espressioni regolari, allora
 - $\mathcal{L}(E + F) = \mathcal{L}(E) \cup \mathcal{L}(F)$
 - $\mathcal{L}(E \cdot F) = \mathcal{L}(E) \cdot \mathcal{L}(F)$
 - $\mathcal{L}(E^*) = (\mathcal{L}(E))^*$

Esempio

Consideriamo $E = a(b^*(bab + aba))$. Calcoliamo $\mathcal{L}(E)$.

- $\mathcal{L}(E) = \mathcal{L}(a(b^*(bab + aba))) = \mathcal{L}(a) \cdot \mathcal{L}(b^*(bab + aba)) =$
 $= \{a\} \cdot (\mathcal{L}(b^*) \cdot \mathcal{L}(bab + aba)) = \{a\} \cdot ((\mathcal{L}(b))^* \cdot (\mathcal{L}(bab) + \mathcal{L}(aba))) =$
 $= \{a\} \cdot (\{b\}^* \cdot (\{bab\} + \{aba\})) = \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{bab, aba\}$
- $\mathcal{L}(E) = \{abab, aaba, abbab, ababa, abbbab, abbaba, abbbbab, \dots\}$

Espressioni regolari

Proprietà delle operazioni $+$ e \cdot

Siano E , F e G espressioni regolari. Allora

- $((E + F) + G) = (E + (F + G))$.
- $((E \cdot F) \cdot G) = (E \cdot (F \cdot G))$.
- $E \cdot (F + G) = E \cdot F + E \cdot G$.

Espressioni regolari

Proprietà delle operazioni $+$ e \cdot

Siano E , F e G espressioni regolari. Allora

- $((E + F) + G) = (E + (F + G))$.
- $((E \cdot F) \cdot G) = (E \cdot (F \cdot G))$.
- $E \cdot (F + G) = E \cdot F + E \cdot G$.

Per usare meno parentesi si possono considerare le seguenti precedenze:

$$* \ \gamma \cdot \ \gamma \ +$$

Espressioni regolari

Proprietà delle operazioni $+$ e \cdot

Siano E , F e G espressioni regolari. Allora

- $((E + F) + G) = (E + (F + G))$.
- $((E \cdot F) \cdot G) = (E \cdot (F \cdot G))$.
- $E \cdot (F + G) = E \cdot F + E \cdot G$.

Per usare meno parentesi si possono considerare le seguenti precedenze:

$$* \succ \cdot \succ +$$

Esempi

- $(a + (b(cd))) =$
- $((aa) + b)c^* =$
- $(((((ab) + ((ae)f)) + (df))((gh)f)^*)c) =$

Espressioni regolari

Proprietà delle operazioni $+$ e \cdot

Siano E , F e G espressioni regolari. Allora

- $((E + F) + G) = (E + (F + G))$.
- $((E \cdot F) \cdot G) = (E \cdot (F \cdot G))$.
- $E \cdot (F + G) = E \cdot F + E \cdot G$.

Per usare meno parentesi si possono considerare le seguenti precedenze:

$$* \succ \cdot \succ +$$

Esempi

- $(a + (b(cd))) = a + bcd$
- $((aa + b)c^*) = (aa + b)c^*$
- $(((((ab) + ((ae)f)) + (df))((gh)f)^*)c) = (ab + aef + df)(ghf)^*c$

Espressioni regolari

Proprietà delle operazioni $+$ e \cdot

Siano E , F e G espressioni regolari. Allora

- $((E + F) + G) = (E + (F + G))$.
- $((E \cdot F) \cdot G) = (E \cdot (F \cdot G))$.
- $E \cdot (F + G) = E \cdot F + E \cdot G$.

Per usare meno parentesi si possono considerare le seguenti precedenze:

$$* \succ \cdot \succ +$$

Esempi

- $(a + (b(cd))) = a + bcd$
- $((aa + b)c^*) = (aa + b)c^*$
- $(((((ab) + ((ae)f)) + (df))((gh)f)^*)c) = (ab + aef + df)(ghf)^*c$

Teorema: Espressioni regolari

Un linguaggio è regolare sse è generato da una espressione regolare.

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica per l'espressione regolare ab^*a .

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica per l'espressione regolare ab^*a .

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, B\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aBa$
2. $B \rightarrow bB \mid \epsilon$

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica per l'espressione regolare ab^*a .

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, B\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aBa$
2. $B \rightarrow bB \mid \epsilon$

Esempio

Scrivere una grammatica per l'espressione regolare $((a + b)(a + b))^* + a^*ab$.

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica per l'espressione regolare ab^*a .

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, B\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aBa$
2. $B \rightarrow bB \mid \epsilon$

Esempio

Scrivere una grammatica per l'espressione regolare $((a + b)(a + b))^* + a^*ab$.

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{A, B, C, S\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow C \mid Aab$
2. $A \rightarrow aA \mid \epsilon$
3. $B \rightarrow aa \mid ab \mid ba \mid bb$
4. $C \rightarrow BC \mid \epsilon$

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica regolare (lineare destra) per l'espressione regolare ab^*a .

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica regolare (lineare destra) per l'espressione regolare ab^*a .

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, B\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aB$
2. $B \rightarrow bB \mid a$

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica regolare (lineare destra) per l'espressione regolare ab^*a .

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, B\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aB$
2. $B \rightarrow bB \mid a$

Esempio

Scrivere una grammatica regolare (lineare destra) per l'espressione regolare $((a + b)(a + b))^* + a^*ab$.

Da Espressioni regolari a Grammatiche

Esempio

Scrivere una grammatica regolare (lineare destra) per l'espressione regolare ab^*a .

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, B\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aB$
2. $B \rightarrow bB \mid a$

Esempio

Scrivere una grammatica regolare (lineare destra) per l'espressione regolare $((a + b)(a + b))^* + a^*ab$.

Soluzione: $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{E_1, E_2, E_3, S\}, S, P \rangle$, con le seguenti produzioni:

1. $S \rightarrow aE_1 \mid bE_1 \mid aE_2 \mid \epsilon$
2. $E_1 \rightarrow aE_3 \mid bE_3 \mid a \mid b$
3. $E_3 \rightarrow aE_1 \mid bE_1$
4. $E_2 \rightarrow aE_2 \mid b$

Espressioni regolari e programmazione: **Scanner**

Generare uno **scanner**: programma che riconosce elementi lessicali in un testo

Scrivere una espressione regolare per riconoscere **numeri decimali** delle seguenti tipologie:

+187.6372 - 29.287 120.34 38
235. .0034 - .120 + .77

Espressioni regolari e programmazione: **Scanner**

Generare uno **scanner**: programma che riconosce elementi lessicali in un testo

Scrivere una espressione regolare per riconoscere **numeri decimali** delle seguenti tipologie:

+187.6372 - 29.287 120.34 38
.235 .0034 - .120 + .77

Soluzione:

$(\epsilon | + | -)(C^+(\epsilon | .C^*) | .C^+)$, dove $C = (0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9)$

Nel linguaggio di programmazione **Perl**, la precedente espressione regolare diventa:

$(\backslash- | \backslash+)?([0-9]+(\backslash.[0-9]*)?)\backslash.[0-9]+)$

Nota: abbiamo usato il simbolo “|” (come in Perl) al posto di “+” per comporre l'espressione regolare ed evitare ambiguità.

Grammatiche non contestuali: Parse Tree

Espressioni aritmetiche e albero di derivazione (parse tree)

Una grammatica per espressioni aritmetiche con operatori somma e prodotto:

- $S \rightarrow S + T \mid T$
- $T \rightarrow T * V \mid V$
- $V \rightarrow (S) \mid float$

La grammatica è $\mathcal{G} = \langle \{float, (,), +, *\}, \{S, T, V\}, S, P \rangle$.

Grammatiche non contestuali: Parse Tree

Espressioni aritmetiche e albero di derivazione (parse tree)

Una grammatica per espressioni aritmetiche con operatori somma e prodotto:

- $S \rightarrow S + T \mid T$
- $T \rightarrow T * V \mid V$
- $V \rightarrow (S) \mid \text{float}$

La grammatica è $\mathcal{G} = \langle \{\text{float}, (,), +, *\}, \{S, T, V\}, S, P \rangle$.

- Esempio: $(\text{float} + \text{float}) * \text{float}$

$S \Rightarrow T \Rightarrow T * V$
 $\Rightarrow V * V \Rightarrow (S) * V$
 $\Rightarrow (S + T) * V$
 $\Rightarrow (T + T) * V$
 $\Rightarrow (V + T) * V$
 $\Rightarrow (V + V) * V \Rightarrow \dots$
 $\Rightarrow (\text{float} + \text{float}) * \text{float}$

Grammatiche non contestuali: Parse Tree

Espressioni aritmetiche e albero di derivazione (parse tree)

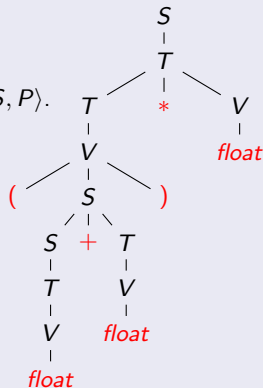
Una grammatica per espressioni aritmetiche con operatori somma e prodotto:

- $S \rightarrow S + T \mid T$
- $T \rightarrow T * V \mid V$
- $V \rightarrow (S) \mid \text{float}$

La grammatica è $\mathcal{G} = \langle \{\text{float}, (,), +, * \}, \{S, T, V\}, S, P \rangle$.

- Esempio: $(\text{float} + \text{float}) * \text{float}$

$S \Rightarrow T \Rightarrow T * V$
 $\Rightarrow V * V \Rightarrow (S) * V$
 $\Rightarrow (S + T) * V$
 $\Rightarrow (T + T) * V$
 $\Rightarrow (V + T) * V$
 $\Rightarrow (V + V) * V \Rightarrow \dots$
 $\Rightarrow (\text{float} + \text{float}) * \text{float}$



Grammatiche non contestuali: Parse Tree

Espressioni booleane e albero di derivazione (parse tree)

Una grammatica per generare espressioni booleane:

- $S \rightarrow (S \wedge S) \mid (S \vee S) \mid (S \rightarrow S) \mid (S \leftrightarrow S) \mid (\neg S) \mid A$
- $A \rightarrow a \mid b \mid \dots \mid z$

La grammatica è $\mathcal{G} = \langle \{a, b, \dots, z, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg, (,)\}, \{S, A\}, S, P \rangle$.

Grammatiche non contestuali: Parse Tree

Espressioni booleane e albero di derivazione (parse tree)

Una grammatica per generare espressioni booleane:

- $S \rightarrow (S \wedge S) \mid (S \vee S) \mid (S \rightarrow S) \mid (S \leftrightarrow S) \mid (\neg S) \mid A$
- $A \rightarrow a \mid b \mid \dots \mid z$

La grammatica è $\mathcal{G} = \langle \{a, b, \dots, z, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg, (,)\}, \{S, A\}, S, P \rangle$.

- Esempio: $((a \vee b) \rightarrow (\neg c))$

$$S \Rightarrow (S \rightarrow S) \Rightarrow ((S \vee S) \rightarrow S) \Rightarrow ((S \vee S) \rightarrow (\neg S)) \Rightarrow \dots \Rightarrow ((A \vee A) \rightarrow (\neg A)) \Rightarrow \dots \Rightarrow ((a \vee b) \rightarrow (\neg c))$$

Grammatiche non contestuali: Parse Tree

Espressioni booleane e albero di derivazione (parse tree)

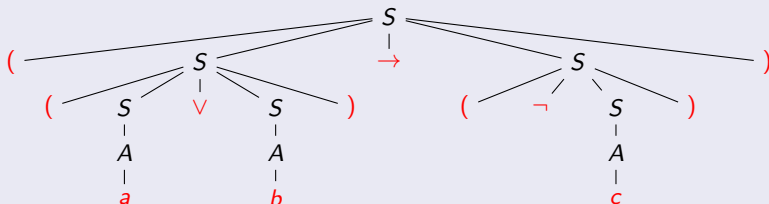
Una grammatica per generare espressioni booleane:

- $S \rightarrow (S \wedge S) \mid (S \vee S) \mid (S \rightarrow S) \mid (S \leftrightarrow S) \mid (\neg S) \mid A$
- $A \rightarrow a \mid b \mid \dots \mid z$

La grammatica è $\mathcal{G} = \langle \{a, b, \dots, z, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg, (,)\}, \{S, A\}, S, P \rangle$.

- Esempio: $((a \vee b) \rightarrow (\neg c))$

$S \Rightarrow (S \rightarrow S) \Rightarrow ((S \vee S) \rightarrow S) \Rightarrow ((S \vee S) \rightarrow (\neg S)) \Rightarrow \dots \Rightarrow ((A \vee A) \rightarrow (\neg A)) \Rightarrow \dots \Rightarrow ((a \vee b) \rightarrow (\neg c))$



Grammatiche non contestuali: **ambiguità**

Esempio di grammatica ambigua

Consideriamo i costrutti **if-then** e **if-then-else** e le seguenti produzioni:

- $S \rightarrow \text{if } C \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } C \text{ then } S \mid a \mid b$
- $C \rightarrow p \mid q$

S e C sono le istruzioni; a e b sono espressioni (aritmetiche o booleane); p e q sono espressioni booleane; e **if**, **then**, **else** sono simboli terminali.

Consideriamo la stringa: **if** q **then** **if** p **then** a **else** b

Grammatiche non contestuali: ambiguità

Esempio di grammatica ambigua

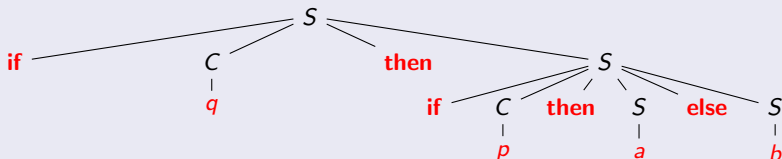
Consideriamo i costrutti **if-then** e **if-then-else** e le seguenti produzioni:

- $S \rightarrow \text{if } C \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } C \text{ then } S \mid a \mid b$
- $C \rightarrow p \mid q$

S e C sono le istruzioni; a e b sono espressioni (aritmetiche o booleane); p e q sono espressioni booleane; e **if**, **then**, **else** sono simboli terminali.

Consideriamo la stringa: **if** q **then** **if** p **then** a **else** b

(1) **if** q **then** (**if** p **then** a **else** b)



Grammatiche non contestuali: ambiguità

Esempio di grammatica ambigua

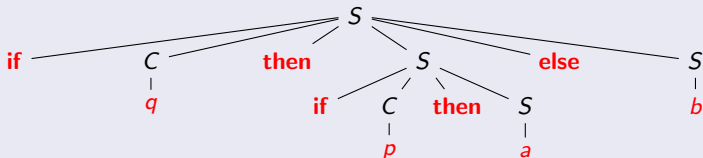
Consideriamo i costrutti **if-then** e **if-then-else** e le seguenti produzioni:

- $S \rightarrow \text{if } C \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } C \text{ then } S \mid a \mid b$
- $C \rightarrow p \mid q$

S e C sono le istruzioni; a e b sono espressioni (aritmetiche o booleane); p e q sono espressioni booleane; e **if**, **then**, **else** sono simboli terminali.

Consideriamo la stringa: **if** q **then** **if** p **then** a **else** b

(2) **if** q **then** (**if** p **then** a) **else** b



Grammatiche non contestuali: **ambiguità**

Esempio di grammatica ambigua

Consideriamo i costrutti **if-then** e **if-then-else** e le seguenti produzioni:

- $S \rightarrow \text{if } C \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } C \text{ then } S \mid a \mid b$
- $C \rightarrow p \mid q$

S e C sono le istruzioni; a e b sono espressioni (aritmetiche o booleane); p e q sono espressioni booleane; e **if**, **then**, **else** sono simboli terminali.

Consideriamo la stringa: **if q then if p then a else b**

Definizione: **Grammatica ambigua**

Una grammatica non contestuale \mathcal{G} è **ambigua** se qualche stringa $w \in \mathcal{L}(\mathcal{G})$ ha due alberi di derivazione distinti.

Grammatiche non contestuali: **ambiguità**

Esempio di grammatica ambigua

Consideriamo i costrutti **if-then** e **if-then-else** e le seguenti produzioni:

- $S \rightarrow \text{if } C \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } C \text{ then } S \mid a \mid b$
- $C \rightarrow p \mid q$

S e C sono le istruzioni; a e b sono espressioni (aritmetiche o booleane); p e q sono espressioni booleane; e **if**, **then**, **else** sono simboli terminali.

Consideriamo la stringa: **if q then if p then a else b**

Definizione: **Grammatica ambigua**

Una grammatica non contestuale \mathcal{G} è **ambigua** se qualche stringa $w \in \mathcal{L}(\mathcal{G})$ ha due alberi di derivazione distinti.

Osservazione

Nei linguaggi di programmazione la sintassi deve essere definita attraverso una grammatica non ambigua.

Linguaggi formali e programmazione

Alcuni usi della teoria dei linguaggi formali in informatica:

- Specificare la sintassi dei linguaggi di programmazione.
- Descrivere la struttura dei dati in input di un programma.
- Costruire analizzatori lessicali (**scanner**) e analizzatori sintattici (**parser**) per verificare se un programma è sintatticamente corretto.
- Descrivere la struttura delle frasi del linguaggio naturale (NLP).